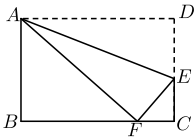
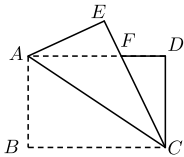
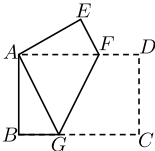
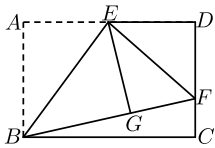
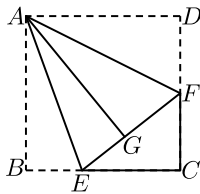
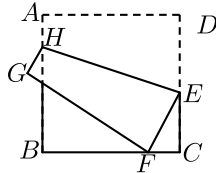


第2讲 四边形中的折叠问题

一、矩形的翻折

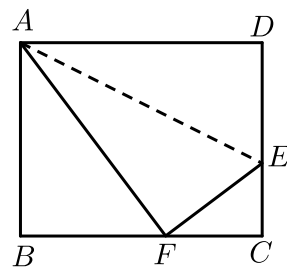
轴对称的性质：①对称轴两侧图形_____；②对应点连线被对称轴_____.

常见模型	结论
	
	
	

E为AD的中点	
	
	
	

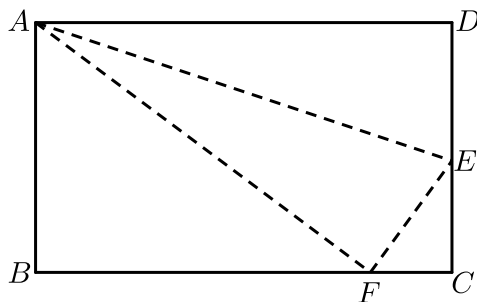
|| 例题

1. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 进行折纸，已知该纸片宽 AB 为8cm，长 BC 为10cm，当沿 AE 折叠时，顶点 D 落在 BC 边上的点 F 处，试求 CE 的长．



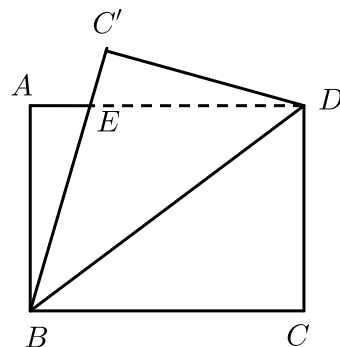
|| 练习

2. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $DC = 6\text{cm}$ ，在 DC 上存在一点 E ，沿直线 AE 把 $\triangle ADE$ 折叠，使点 D 恰好落在 BC 边上的点 F 处，若 $BF = 8\text{cm}$ ，那么 DE 的长为 _____ cm．



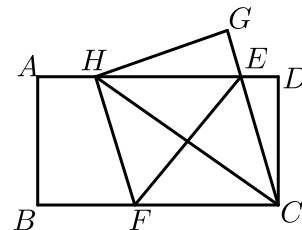
|| 例题

3. 如图，将长方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 所在直线折叠，点 C 落在同一平面内，落点记为 C' ， BC' 与 AD 交于点 E ，若 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，则 DE 的长为 _____ ．



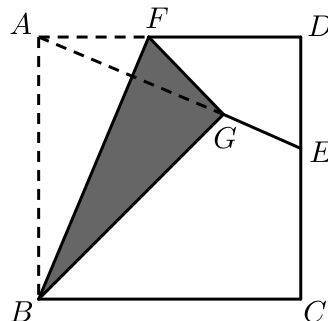
4. 如图，在一张矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 8$ ，点 E ， F 分别在 AD ， BC 上，将纸片 $ABCD$ 沿直线 EF 折叠，点 C 落在 AD 上的一点 H 处，点 D 落在点 G 处，有以下四个结论：
 ①四边形 $CFHE$ 是菱形；②当 $CH = CB$ 时， EC 平分 $\angle DCH$ ；③当点 H 是 AD 中点时， $EF = 4\sqrt{3}$ ；④当点 H 与点 A 重合时， $BF = 3$ 。

其中正确的结论是（ ）。

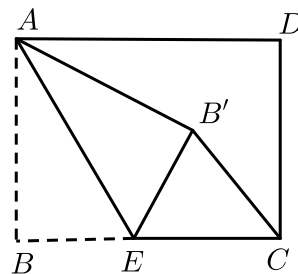


- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④

5. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的边长为12， E 是边 CD 上一点，连接 AE ，折叠该纸片，使点 A 落在 AE 上的 G 点，并使折痕经过点 B ，得到折痕 BF ，点 F 在 AD 上，若 $DE = 5$ ，则 GE 的长为 _____。

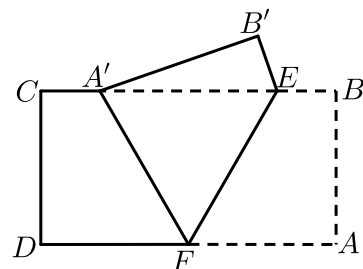


6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，点 E 是 BC 边上一点，连接 AE ，把 $\angle B$ 沿 AE 折叠，使点 B 落在点 B' 处。当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时， BE 的长为 _____。

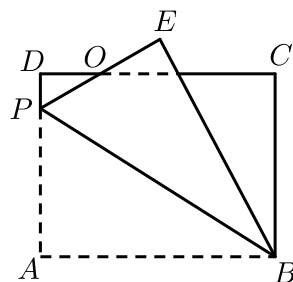


练习

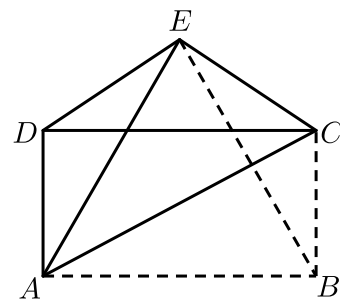
7. 如图，把矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 翻折，点 A 恰好落在 BC 边的 A' 处，若 $AB = \sqrt{3}$ ， $\angle EFA = 60^\circ$ ，则四边形 $A'B'EF$ 的周长是（ ）。



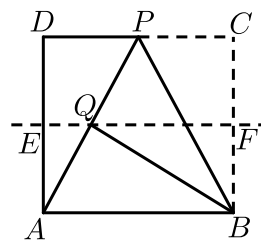
- A. $1 + 3\sqrt{3}$ B. $3 + \sqrt{3}$ C. $4 + \sqrt{3}$ D. $5 + \sqrt{3}$
8. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 6$ ， P 为 AD 上一点，将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折至 $\triangle EBP$ ， PE 与 CD 相交于点 O ，且 $OE = OD$ ，则 DP 的长为 _____。



9. 如图，已知矩形 $ABCD$ ，把矩形沿直线 AC 折叠，点 B 落在点 E 处，连接 DE 、 BE ，若 $\triangle ABE$ 是等边三角形，则 $\frac{S_{\triangle DCE}}{S_{\triangle ABE}} =$ _____。

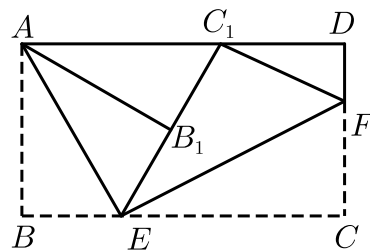


10. 如图，直线 EF 是矩形 $ABCD$ 的对称轴，点 P 在 CD 边上，将 $\triangle BCP$ 沿 BP 折叠，点 C 恰好落在线段 AP 与 EF 的交点 Q 处， $BC = 4\sqrt{3}$ ，则线段 AB 的长是 _____。



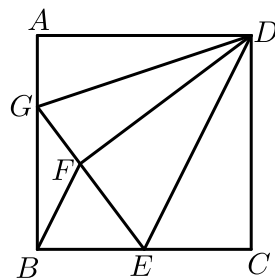
例题

11. 如图，将矩形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠， AE ， EF 为折痕， $\angle BAE = 30^\circ$ ， $AB = \sqrt{3}$ ，折叠后，点 C 落在 AD 边上的 C_1 处，并且点 B 落在 EC_1 边上的 B_1 处，则 BC 的长为（ ）。



- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{3}$

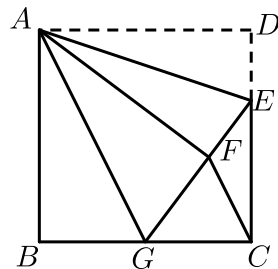
12. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 12， $BE = EC$ ，将正方形 CD 沿 DE 折叠到 DF ，延长 EF 交 AB 于 G ，连接 DG 。现在有如下 4 个结论：(1) $\triangle ADG \cong \triangle FDG$ ；(2) $GB = 2AG$ ；(3) $\angle FBE = \angle DGE$ ；(4) $S_{\triangle BEF} = \frac{72}{5}$ 。在以上 4 个结论中，正确的有（ ）。



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

练习

13. 如图，正方形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ，点 E 在边 CD 上，且 $CE = 2DE$ 。将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$ ，延长 EF 交边 BC 于点 G ，连结 AG 、 CF 。下列结论：① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$ ；② $BG = GC$ ；③ $EG = DE + BG$ ；④ $AG \parallel CF$ ；⑤ $S_{\triangle FGC} = 3.6$ 。其中正确结论的个数是（ ）。

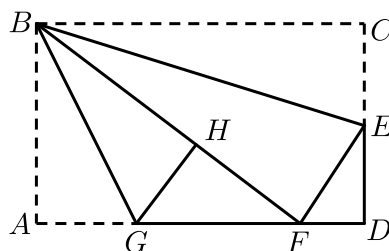


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

14. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 10$ ，点 E 在 CD 上，将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠，点 C 恰落在边 AD 上的点 F 处．点 G 在 AF 上，将 $\triangle ABG$ 沿 BG 折叠，点 A 恰落在线段 BF 上的点 H 处，有下列结论：

- ① $\angle EBG = 45^\circ$.
 ② $S_{\triangle ABG} = \frac{3}{2} S_{\triangle FGH}$.
 ③ $AG + DF = FG$.
 ④ $\frac{CE}{ED} = \frac{5}{4}$.

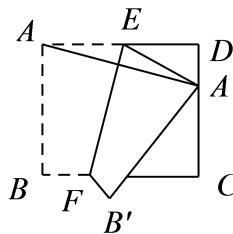
其中，正确结论的个数是 () .



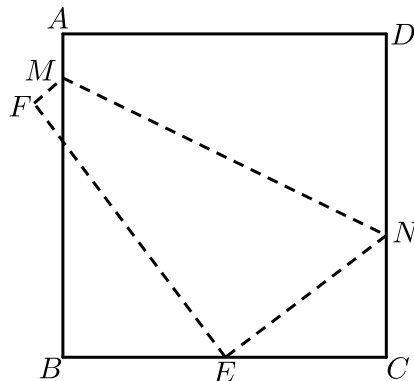
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

例题

15. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的边长为 12， E 、 F 分别是边 AD 、 BC 上的点，将正方形纸片沿 EF 折叠，使得点 A 落在 CD 边上的点 A' 处，此时点 B 落在点 B' 处，已知折痕 $EF = 13$ ，则 AE 的长等于 _____ .

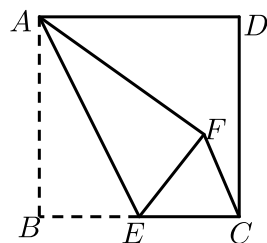


16. 如图，将边长 8cm 的正方形 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 BC 边的中点 E 处，点 A 落在 F 处，折痕为 MN ，求折痕 MN 的长度 .

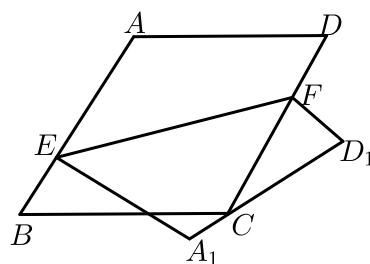


练习

17. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的边长为5， E 是边 BC 的中点，连接 AE ．沿 AE 折叠该纸片，使点 B 落在 F 点．则 CF 的长为 _____ ．



18. 如图，折叠菱形纸片 $ABCD$ ，使得 AD 的对应边 A_1D_1 过点 C ， EF 为折痕，若 $\angle B = 60^\circ$ ，当 $A_1E \perp AB$ 时， $\frac{BE}{AE}$ 的值等于（ ）．



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$

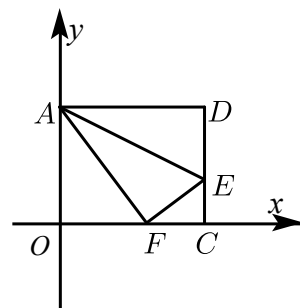
C. $\frac{\sqrt{3}+1}{6}$

D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

二、平面直角坐标系中的翻折

例题

19. 如图，在平面直角坐标系中，将矩形 $AOCD$ 沿直线 AE 折叠（点 E 在边 DC 上），折叠后点 D 恰好落在边 OC 上的点 F 处．若点 D 的坐标为 $(10, 8)$ ，则点 E 的坐标（ ）．



A. $(4, 10)$

B. $(10, 6)$

C. $(10, 4)$

D. $(10, 3)$

20. 如图1，以矩形 $OABC$ 的顶点 O 为原点， OA 所在的直线为 x 轴， OC 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，已知 $OA = 3$ ， $OC = 2$ ，点 E 是 AB 的中点，在 OA 上取一点 D ，将 $\triangle BDA$ 沿 BD 翻折，使点 A 落在 BC 边上的点 F 处。

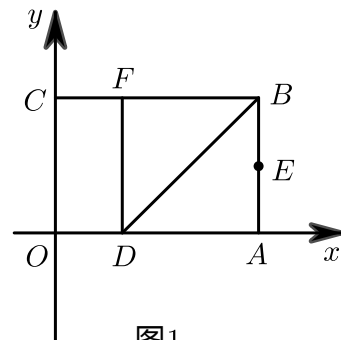


图1

- (1) 直接写出点 E 、 F 的坐标。
- (2) 如图2，若点 P 是线段 DA 上的一个动点，过 P 作 $PH \perp DB$ 于 H 点，设 OP 的长为 x ， $\triangle DPH$ 的面积为 S ，试用关于 x 的代数式表示 S 。

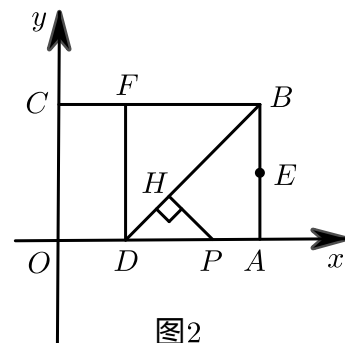


图2

- (3) 如图3，在 x 轴、 y 轴上是否分别存在点 M 、 N ，使得四边形 $MNFE$ 的周长最小？如果存在，求出周长的最小值。（直接写出结果即可）

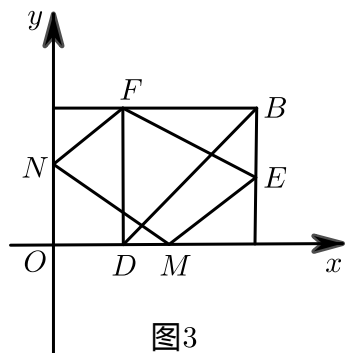


图3

21. 将矩形 $OABC$ 放在平面直角坐标系中，顶点 O 为原点，顶点 C 、 A 分别在 x 轴和 y 轴上．在 OA 边上选取适当的点 E ，连接 CE ，将 $\triangle EOC$ 沿 CE 折叠，如图所示．

(1) 若矩形 $OABC$ 的边长 $OA = 8$ ， $OC = 10$ ，填空．

① 如图1，当点 O 落在 AB 边上的点 D 处时，点 E 的坐标为 _____．

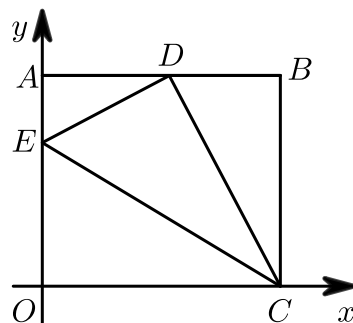


图1

② 如图2，当点 O 落在矩形 $OABC$ 内部的点 D 处时，过点 E 作 $EG \parallel x$ 轴交 CD 于点 H ，交 BC 于点 G ．设 $H(m, n)$ ，写出含 n 的代数式表示 m 为 _____．

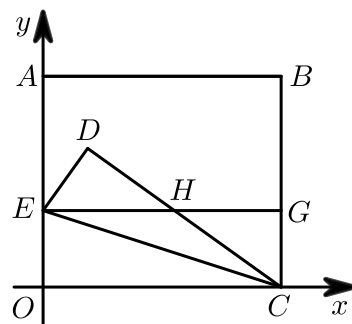
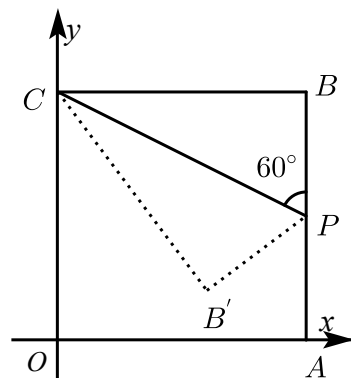


图2

练习

22. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是正方形，点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，点 P 为边 AB 上一点， $\angle CPB = 60^\circ$ ，沿 CP 折叠正方形，折叠后，点 B 落在平面内点 B' 处，则点 B' 的坐标为 () ．



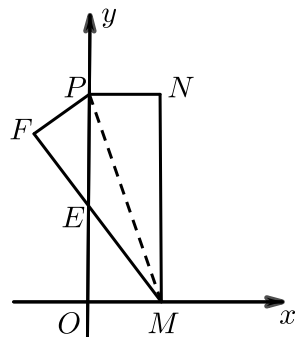
A. $(2, 2\sqrt{3})$

B. $(\frac{3}{2}, 2 - \sqrt{3})$

C. $(2, 4 - 2\sqrt{3})$

D. $(\frac{3}{2}, 4 - 2\sqrt{3})$

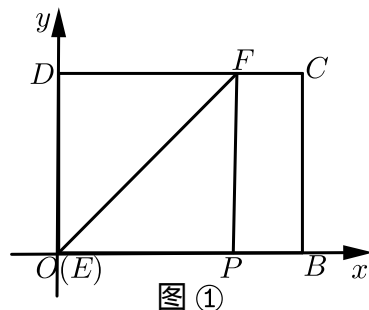
23. 如图，在平面直角坐标系中，长方形 $MNPO$ 的边 OM 在 x 轴上，边 OP 在 y 轴上，点 N 的坐标为 $(3, 9)$ ，将矩形沿对角线 PM 翻折， N 点落在 F 点的位置，且 FM 交 y 轴于点 E ，那么点 E 的坐标为 _____ .



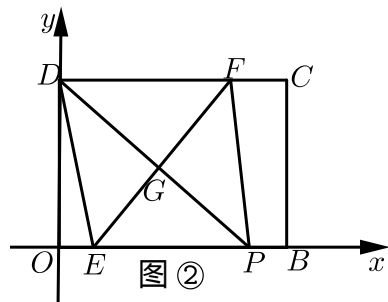
24. 已知矩形纸片 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴上， OD 在 y 轴上，点 C 在第一象限，且 $OB = 8$ ， $OD = 6$. 现将纸片折叠，折痕为 EF (点 E ， F 是折痕与矩形的边的交点)，点 P 为点 D 的对应点，再将纸片还原 .

(1) 若点 P 落在矩形 $OBCD$ 的边 OB 上，

① 如图①，当点 E 与点 O 重合时，求点 F 的坐标 .



② 如图②，当点 E 在 OB 上，点 F 在 DC 上时， EF 与 DP 交于点 G ，若 $OP = 7$ ，求点 F 的坐标 .



25. 如图1，长方形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴、 y 轴上， B 点坐标是 $(8, 4)$ ，将 $\triangle AOC$ 沿对角线 AC 翻折得 $\triangle ADC$ ， AD 与 BC 相交于点 E 。

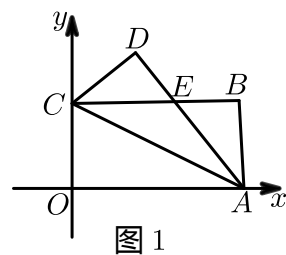


图 1

- (1) 求证： $\triangle CDE \cong \triangle ABE$ 。
- (2) 求 E 点坐标。
- (3) 如图2，动点 P 从点 A 出发，沿着折线 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O$ 运动（到点 O 停止），是否存在点 P ，使得 $\triangle POA$ 的面积等于 $\triangle ACE$ 的面积，若存在，直接写出点 P 坐标，若不存在，说明理由。

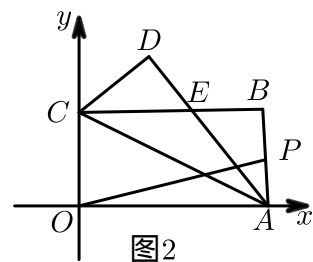


图2